
Lastverteilung, Tragwirkung und Verformungsverhalten von nachgiebig miteinander verbundene Brettstapelelementen

1 Einleitung

Brettstapelelemente sind flächige Bauteile, die aus einzelnen, hochkant nebeneinander stehenden Brettlamellen bestehen. Diese Brettlamellen sind entweder durch Nägel oder durch Laubholzdübel nachgiebig miteinander verbunden.

Ziel des Forschungsvorhabens war es, Bemessungsgleichungen für die elastische Vertikalverformung, die Biegebeanspruchung der Lamellen und die Beanspruchung der Nägel anzugeben. Da es viel zu teuer und zeitaufwendig gewesen wäre die Bemessungsgleichungen über Versuche zu ermitteln, wurden sehr viele Versuche im Computer simuliert.

2 Simulationen

2.1 Lamellen

Bei der Simulation der Brettstapelelemente wurden die Materialeigenschaften der Lamellen sowohl im Bereich der ganzen Lamellen (mittlerer Elastizitätsmodul in Lamellenlängsrichtung) als auch die abschnittsweise veränderlichen Elastizitätsmoduln innerhalb einer Lamelle wirklichkeitsnah generiert. Die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften der Lamellen wurden auf der Grundlage der Arbeiten von Görlacher und Colling simuliert.

2.2 Dimensionen der Brettstapelelemente

Die Brettstapelelemente wurden als Einfeldträger ohne seitliche Auflagerung simuliert. Aus Gründen der Vereinfachung (Auswertung der Simulationen) wurde die Stützweite ℓ der Brettstapelelemente konstant bei 3,60 m gehalten. Die Höhe h der Lamellen und somit des Brettstapels wurde in den Bereichen 14, 16 und 18 cm variiert. Die Dicke t_{Lam} der Lamellen wurde in den Bereichen 30 mm, 35 mm und 40 mm variiert. Bei unterschiedlichen Lamellendicken wurde die Anzahl der Lamellen konstant gehalten.

2.3 Verbindungsmittel

Die Simulation der Nägel fußt auf der Annahme einer zweischnittigen Holz- Holz-Nagelverbindung und der Einhaltung der Mindesteinschlagtiefen nach DIN 1052-2. Hierdurch sind die Nageldurchmesser direkt von den Lamellendicken abhängig. Weiterhin wurde angenommen, dass die Nägel nach dem sogenannten Zick- Zack-Muster eingetrieben werden. Der Nagelabstand a_1 wurde in den Bereichen 75 mm, 150 mm und 225 mm variiert.

Die mechanischen Eigenschaften der Nägel wurden über ein statisches Ersatzmodell berücksichtigt.

2.4 Mechanisches Modell

Als mechanisches Modell für das Brettstapelement wurde ein Trägerrost gewählt. Die Träger in Längsrichtung wurden durch die Lamellen dargestellt. Die Träger in Querrichtung wurden biegesteif an die Lamellen gekoppelt und erhielten die Steifigkeitseigenschaften EI_{ef} der Nägel. Am einen Ende des Brettstapelementes wurden die Lamellen in x-, y- und z- Richtung unverschieblich gehalten. Am anderen Ende des Brettstapelementes wurden die Lamellen nur in y- und z- Richtung gehalten.

2.5 Grundlage der Simulationen

Die Berechnungen wurden linear- elastisch durchgeführt, d.h. die Brettstapelemente konnten z. B. durch eine zentrische Einheitslast $F = 1,0$ kN belastet werden und die Ergebnisse der Berechnungen konnten somit linear extrapoliert werden. Die optimale Anzahl der Simulationen eines Brettstapelsystems (500) wurde über eine Simulationsreihe ermittelt.

2.6 Simulationsparameter

Grundsätzlich wurden die Simulationen der Brettstapelsysteme bezüglich der Belastung in zwei Bereiche unterteilt:

- Belastung durch zentrische Einzellast
- Belastung durch eine gleichförmige Flächenlast

Brettstapelemente mit ungestoßenen Lamellen wurden nur mit einer Belastung durch eine zentrische Einzellast simuliert. Die Simulation der Brettstapelemente unter einer gleichförmigen Flächenlast war wegen der gleichmäßigen Verformung der ungestoßenen Lamellen nicht erforderlich.

Weiterhin wurden Brettstapelelemente mit gestoßenen Lamellen unter den beiden o.g. Belastungsformen simuliert. Für die Simulationen wurden folgende Stoßvarianten der Lamellen innerhalb eines Brettstapelelementes gewählt:

- wechselseitig, wandernd und zufällig gestoßene Lamellen

Bei allen Brettstapelelementen mit gestoßenen Lamellen wurden neben den Übergreifungslängen der Lamellen (Stoßlage) auch die o.g. Parameter variiert.

3 Ergebnisse der Simulationen

Alle Simulationen wurden nach den elastischen Verformungen, der Biegebeanspruchung der Lamellen und den Nagelbeanspruchungen ausgewertet. Für jedes Brettstapelelement lagen jeweils 500 Ergebnisse der o.g. Werte vor. Aus diesen 500 Ergebnissen wurden die 95%- Fraktilwerte der Verformungen, der Biegebeanspruchungen der Lamellen und der Nagelbeanspruchungen berechnet. Hieraus wurden die signifikanten Einflussparameter für die Berechnung der Beanspruchungen oder Verformungen der jeweiligen Brettstapelelemente bestimmt. Mit diesen Einflussparametern wurden mit Hilfe multipler, nichtlinearer Regressionen Bemessungsgleichungen und modifizierte Querschnittswerte der Brettstapelelemente hergeleitet. Bei Verformungsberechnungen von Brettstapelelementen darf ein mittlerer Elastizitätsmodul von $E = 12600 \text{ N/mm}^2$ angesetzt werden.

3.1 Brettstapelsysteme unter zentrischer Einzellast

3.1.1 Biegerandspannungen

Die Berechnung der Biegerandspannung der Lamellen erfolgt bei Brettstapelelementen über Gleichung (1):

$$\sigma_B = \frac{M}{\hat{W}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (1)$$

Hierin bedeutet:

$$M = F \cdot \frac{\ell}{4} \quad [\text{Nmm}] \quad \text{das Biegemoment}$$

Das modifizierte Widerstandsmoment \hat{W} berechnet sich zu:

$$\hat{W} = \frac{b \cdot h \cdot \ell}{4,5 \cdot a_1^{0,3}} \quad (\text{ungestoßene Lamellen}) \quad (2a)$$

$$\hat{W} = \frac{b \cdot h^{0,85} \cdot \ell}{2,3 \cdot a_1^{0,3}} \quad (\text{gestoßene Lamellen}) \quad (2b)$$

Hierin bedeuten:

- b, h Breite und Höhe der Lamelle [mm]
- ℓ Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
- a_1 Nagelabstand [mm]

3.1.2 Elastische Verformung

Die Berechnung der elastischen Verformung der Brettstapelelemente erfolgt über Gleichung (3):

$$v = F \cdot \frac{\ell^3}{48 \cdot E \cdot \hat{I}} \quad [\text{mm}] \quad (3)$$

Hierin bedeuten:

- F Zentrische Einzellast [N]
- ℓ Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
- E Mittlerer Elastizitätsmodul der Lamellen $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$

Das modifizierte Flächenmoment 2. Grades \hat{I} berechnet sich zu:

$$\hat{I} = \frac{b \cdot h^2 \cdot \ell^{0,86}}{a_1^{0,4}} \quad (\text{ungestoßene Lamellen}) \quad (4a)$$

$$\hat{I} = \frac{b \cdot h^2 \cdot \ell}{5,5 \cdot a_1^{0,4}} \quad (\text{gestoßene Lamellen}) \quad (4b)$$

Die Parameter können Abschnitt 3.1.1 entnommen werden.

3.1.3 Nagelbeanspruchung

Die Beanspruchung eines Nagels auf Abscheren, infolge einer zentrischen Einzellast auf ein Brettstapelelement berechnet sich über folgende Gleichungen:

$$F_{\text{Na}} = F \cdot \frac{\left(\frac{\ell}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot a_1^{0,8}}{8,5} \quad [\text{N}] \quad (\text{ungestoßene Lamellen}) \quad (5a)$$

$$F_{\text{Na}} = F \cdot \frac{\left(\frac{\ell}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot a_1^{0,8}}{8,5} \quad [\text{N}] \quad (\text{wechselseitig gestoßene Lamellen}) \quad (5b)$$

$$F_{Na} = F \cdot \frac{\left(\frac{\ell}{h}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot a_1^{0,8}}{5,5} \quad [\text{N}] \quad (\text{wandernd gestoßene Lamellen}) \quad (5c)$$

$$F_{Na} = F \cdot 2 \cdot \left(\frac{\ell}{h}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot a_1^{\left(\frac{1}{3}\right)} \quad [\text{N}] \quad (\text{zufällig gestoßene Lamellen}) \quad (5d)$$

Hierin bedeuten:

F	Zentrische Einzellast [kN]
ℓ	Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
h	Höhe der Lamelle [mm]
a_1	Nagelabstand [mm]

3.2 Brettstapelsysteme unter gleichförmiger Flächenlast

Den Gleichungen zur Berechnung der Biegeandspannungen und der Verformungen liegen Brettstapelelemente mit einer Einheitsbreite von 1,0 m zugrunde. Werden Brettstapelelemente mit anderen Breiten (Beanspruchung) berechnet, müssen die modifizierten Widerstandsmomente \hat{W} und die modifizierten Flächenmomente 2. Grades \hat{I} mit dem Faktor $\frac{b_{\text{vorhanden}} [\text{m}]}{1,0\text{m}}$ multipliziert werden.

3.2.1 Biegeandspannungen

Für die Berechnung der Biegeandspannungen kann ein Brettstapelelement mit einer Einheitsbreite von $b_E = 1,0$ m herangezogen werden. Die Biegeandspannung kann nach Gleichung (6) berechnet werden:

$$\sigma_B = \frac{M}{\hat{W}} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (6)$$

Das Biegemoment M kann nach der technischen Biegelehre bestimmt werden zu:

$$M = \frac{q \cdot \ell^2}{8} \quad [\text{Nmm}] \quad (7)$$

Das modifizierte Widerstandsmoment (Bezugsbreite = 1000 mm) berechnet sich zu:

$$\hat{W} = \frac{1000 \text{ mm} \cdot h^2}{6} \quad (\text{ungestoßene Lamellen}) \quad (8a)$$

$$\hat{W} = \frac{35 \cdot h^2}{\sqrt{\frac{\ell'}{\ell}}} \quad (\text{wechselseitig gestoßene Lamellen}) \quad (8b)$$

$$\hat{W} = 50 \cdot h^2 \cdot \left(\frac{\ell}{h}\right)^{0,15} \quad (\text{wandernd gestoßene Lamellen}) \quad (8c)$$

$$\hat{W} = \frac{50 \cdot h^2 \cdot \left(\frac{\ell}{h}\right)^{1/4}}{a_1^{1/9}} \quad (\text{zufällig gestoßene Lamellen}) \quad (8d)$$

Hierin bedeuten:

- ℓ Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
- ℓ' Stoßlage ab Auflager [mm]
- h Höhe der Lamelle [mm]
- a_1 Nagelabstand [mm]

3.2.2 Elastische Verformung

Die Berechnung der elastischen Verformung der Elemente erfolgt über Gleichung (9):

$$v = \frac{5 \cdot q \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot \hat{I}} \quad [\text{mm}] \quad (9)$$

Hierin bedeuten:

- q gleichförmige Streckenlast, bezogen auf 1,0 m $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}\right]$
- ℓ Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
- E Mittlerer Elastizitätsmodul der Lamellen $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
- \hat{I} Modifiziertes Flächenmoment 2. Grades $[\text{mm}^4]$

Das modifizierte Flächenmoment 2. Grades berechnet sich zu:

$$\hat{I} = \frac{1000 \text{mm} \cdot h^3}{12} \quad (\text{ungestoßene Lamellen}) \quad (10a)$$

$$\hat{I} = \frac{20 \cdot h^{1/4} \cdot \ell^{1/4}}{\left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^{1/3} \cdot a_1^{1/8}} \quad (\text{wechselseitig gestoßene Lamellen}) \quad (10b)$$

$$\hat{I} = \frac{20 \cdot h^3 \cdot \sqrt{\ell}}{a_1^{1/6}} \quad (\text{wandernd gestoßene Lamellen}) \quad (10c)$$

$$\hat{i} = \frac{11 \cdot h^3 \cdot \left(\frac{\ell}{h}\right)^{0,9}}{a_1^{1/3}} \quad (\text{zufällig gestoßene Lamellen}) \quad (10d)$$

Die Parameter können Abschnitt 3.2.1 entnommen werden.

3.2.3 Nagelbeanspruchung

Die Beanspruchung eines Nagels auf Abscheren, infolge einer gleichförmigen Flächenlast auf ein Brettstapelelement berechnen sich nach folgenden Gleichungen:

$$F_{Na} = q \cdot \frac{\sqrt{\ell'} \cdot a_1^{1/3} \cdot \ell \cdot d_N^{1,2}}{5} \quad [\text{N}] \quad (\text{wechselseitig gestoßene Lamellen}) \quad (11a)$$

$$F_{Na} = q \cdot \frac{a_1^{2/3} \cdot d_N^{4/3} \cdot \left(\frac{\ell}{h}\right)^{2/5}}{18 \cdot \left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^{2/5}} \quad [\text{N}] \quad (\text{wandernd gestoßene Lamellen}) \quad (11b)$$

$$F_{Na} = q \cdot \frac{\sqrt{\ell} \cdot a_1^{2/3} \cdot d_N^{1,5}}{10} \quad [\text{N}] \quad (\text{zufällig gestoßene Lamellen}) \quad (11c)$$

Hierin bedeuten:

- q gleichförmige Streckenlast, bezogen auf 1,0 m $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right]$
- h Höhe der Lamelle [mm]
- ℓ Stützweite des Brettstapelelementes [mm]
- ℓ' Stoßlage ab Auflager [mm]
- a₁ Nagelabstand [mm]
- d_N Nageldurchmesser [mm]

4 Versuche

Um die Simulationsergebnisse und die daraus abgeleiteten Bemessungsgleichungen zu bestätigen, wurden aus 934 Lamellen 43 Prüfkörper hergestellt und geprüft.

Die Prüfkörper unterschieden sich grundsätzlich durch die Art der Belastung (zentrische Einzellast und gleichförmige Flächenlast). Weiterhin wurden die Stoßvarianten, die Nagelanordnung und die ℓ/h- Verhältnisse der Brettstapelelemente variiert. Um die Simulationsergebnisse direkt vergleichen zu

können, wurden die Prüfkörper virtuell im Computer nachgebildet und die Belastung simuliert. Hierzu wurden die Rohdichte, die Holzfeuchte, die Ästigkeit und der Elastizitätsmodul der Lamellen erfasst. Bei der Herstellung der Prüfkörper wurde die Lage der Lamellen und der Lamellenstöße notiert, so dass die Prüfkörper im Computer wirklichkeitsnah nachgebildet werden konnten. Um den Einfluss der Reibung zwischen den Lamellen möglichst gering zu halten, wurden in jede Scherfuge zwei 0,15 mm dicke PE- Folien eingelegt. Die Versuchsergebnisse, die Simulationen und die Bemessungsgleichungen zeigten eine sehr gute Übereinstimmung.

5 Zusammenfassung

Ziel des Forschungsvorhabens war es, Bemessungsgleichungen zur Bestimmung der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit von Brettstapelelementen zu bestimmen.

Die Bemessungsgleichungen wurden über die Simulation der Brettstapelelemente empirisch abgeleitet. Wenn die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften und deren natürliche Verteilungen der Einzelbauteile bekannt sind, können die Brettstapelelemente wirklichkeitsnah simuliert werden. Dies bietet den Vorteil, dass eine sehr große Anzahl von Simulationsergebnissen ausgewertet werden kann, wodurch die empirischen Bemessungsgleichungen statistisch fundiert sind. Bei den Simulationen wurden die Geometrie der Brettstapelelemente (b , h , ℓ), die Nagelabstände, die Nageldurchmesser, die Stoßanordnungen (ungestoßene, wechselseitig, wandernd, und zufällig gestoßene Lamellen) und die Belastung durch eine zentrische Einzellast und durch eine gleichförmige Flächenlast variiert. Die Bemessungsgleichungen wurden bestimmt für den Nachweis der Biegespannungen der Lamellen, die Beanspruchung der Verbindungsmittel auf Abscheren und die elastische Verformung der Brettstapelelemente.

Um die Simulationen und die daraus abgeleiteten Bemessungsgleichungen zu bestätigen, wurden 43 Prüfkörper entworfen und geprüft. Die Versuchsergebnisse, die Simulationen und die Bemessungsgleichungen zeigten eine sehr gute Übereinstimmung.